

ساده کردن کسرها

به نام خدا

درس این جلسه درباره ساده کردن کسرهاست.

ساده کردن کسرها مبحث فیلی مهمیه که باید هتما اونو خوب یاد بگیرید چون از حالا به بعد هم برای ضرب و هم تقسیم کسرها فیلی باهاش کار داریم.

روند انجام کار رو با مثال توضیح میدیم:

$$\text{کسر } \frac{40}{70} \text{ رو ساده کنید}$$

بینید راه های مختلفی وجود داره مثلا اینکه شما از طریق جدول ضرب این کار رو انجام بدین.. اما امروز هدف ما آموزش این نیست.. این روش رو بعدها در طول سال تفصیلی یاد می گیریم

این جلسه به روشی توضیح میدیم که راحت تره.. اما دقت کنید گاهی نیازه چند مرحله ساده کنید.. در این مورد محدودیتی وجود نداره

خب شروع کنیم

۱- همیشه به صورت و مخرج نگاه کنید.. آگه هر دو یکان صفر داشتن پس میتونیم هر دو

عدد رو بر ده تقسیم کنیم.. چرا؟ (چون قسمت بفشپزیری توضیح دادیم)

یه نکته فیلی مهم اینه که هر دو صورت و مخرج باید بر یه عدد بفشپزیر باشن..

نمیشه یکی رو بر ۵ تقسیم کنیم یکی بر ۲ مثلا.. پس به این نکته فیلی دقت کنید

خب در مورد مثال بالا چون صورت و مخرج هر دو یکان صفر دارن پس هر دو بر ده
بفشپزیرن..

پس هر دو رو تقسیم بر ده می‌کنیم (یادتون که هست.. اگر عددی یکان صفر داشته
باشه و بر ده تقسیم بشه فقط صفرش از بین میره)

پس ۴۰ تقسیم بر ده میشه ۴...۷۰ هم تقسیم بر ده میشه ۷.

$$\frac{40 \div 10}{70 \div 10} = \frac{4}{7}$$

۲- اگر یکی از صورت و مخرج، یکان ۵ و دیگری یکان صفر داشت، تنها بر ۵ تقسیم
می‌کنیم..

$$\text{مثلا } \frac{35}{170}$$

در اینجا ۳۵ یکان پنج داره و ۱۷۰ یکان صفر:

$$\frac{35 \div 5}{170 \div 5} = \frac{7}{34}$$

۳- اگر صورت و مخرج هر دو زوج بودن پس هر دو رو بر ۲ تقسیم می‌کنیم

$$\text{مثال } \frac{62}{44}$$

$$\frac{62 \div 2}{44 \div 2} = \frac{31}{22}$$

۴- اگر صورت و مخرج یکی زوج و یکی فرد باشه یا هر دو فرد باشن میریم سراغ تقسیم
بر ۳ و ۹

یعنی رقمها رو جمع می‌کنیم اگه ۳ یا ۶ یا ۹ شد بر ۳ بفشپزیر میشه

اگر جمع رقمهای ۹ شد که بر ۹ بخشپذیر همیشه.. اما باز یادمون باشه صورت و مخرج همزمان باید بر یه عدد بخشپذیر باشن

$$\text{مثال: } \frac{39}{42}$$

جمع رقمهای ۳۹ میشه $۳ + ۹ = ۱۲$ ، جمعمون دو رقمی شد باز هم با هم جمع می‌کنیم، که باز $۳ = ۱ + ۲$ ، پس ۳۹ بر ۳ بخشپذیر میشه
 جمع رقمهای ۴۲ میشه $۴ + ۲ = ۶$ ، که بر ۳ بخشپذیره
 { آگه با مبدا بخشپذیری مشکل دارید، فصل اول و حل تمرین ها رو مطالعه کنید }
 پس هر دو عدد بر ۳ بخشپذیرن:

$$\frac{39 \div 3}{42 \div 3} = \frac{13}{14}$$

یه مثال دیگه:

$$\frac{36}{63}, \text{ ساده کنید.}$$

جمع رقمهای ۳۶ میشه $۳ + ۶ = ۹$

جمع رقمهای ۶۳ میشه $۶ + ۳ = ۹$

پس هر دو عدد جمع رقمهاشون ۹ شد، پس هر دو بر ۹ بخشپذیرن

$$\frac{36 \div 9}{63 \div 9} = \frac{4}{7}$$

یه مثال دیگه، $\frac{63}{99}$ ، ساده کنید:

اینجا هم جمع رقمهای هر دو عدد، ۹ میشه پس هر دو بر ۹ بخشپذیرن:

$$\frac{63 \div 9}{99 \div 9} = \frac{7}{11}$$

تا اینجا دیدیم که فقط بفرستید بر ۲ و ۳ و ۵ و ۹، رو میتونیم سریع تشخیص بدیم.

خب پس اعداد دیگه چطور میشه؟؟

یه راه دیگه وجود داره که نیاز به تمرکز و استفاده از جدول ضرب داره..

چطور؟

به صورت و مفرج نگاه می‌کنیم ببینیم هر دو از ضرب چه اعدادی هستن

مثلا ۴۲

$$۴۲ = ۷ \times ۶$$

$$۴۲ = ۲۱ \times ۲$$

$$۴۲ = ۱۴ \times ۳$$

یا ۳۵

$$۳۵ = ۵ \times ۷$$

خب اگه یه کسر داشته باشیم مثل $\frac{42}{35}$ باید چطور ساده‌ش کنیم؟؟

نگاه می‌کنیم با توجه به ضربهایی که انجام دادیم، هر دو همزمان مضرب چه عددی

هستن؟

خب هر دو ۷ رو داشتن.. پس بر ۷ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{42 \div 7}{35 \div 7} = \frac{6}{5}$$

مثال بعدی :

$$\frac{51}{36}, \text{ را ساده کنید:}$$

می‌دونیم جمع رقمهای ۵۱ همیشه ۶ و جمع رقمهای ۳۶ همیشه ۹

پس کارمون راحت شد هر دو بر ۳ بخشپذیرن

$$\frac{51 \div 3}{36 \div 3} = \frac{17}{12}$$

در مورد ساده کردن کسرها در جلسات بعد، بیشتر با هم صحبت می‌کنیم.

تساوی کسرها

کسرهای مساوی کسرهایی هستن که ظاهرشون متفاوته اما در واقع یکی هستن

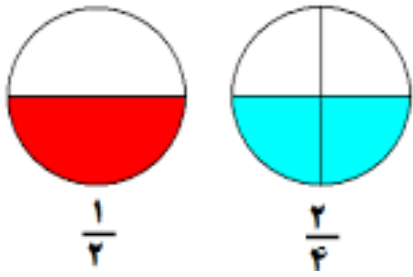
$$\text{مثلا } \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

پطور؟؟ بیاین فکر کنیم یه سیب بزرگ داریم.. اونو دو تیکه کنید و یه قسمتشو بفورید.. چه

$$\text{کسری فوردید؟؟ } \frac{1}{2}$$

هالا همون سیب رو ۴ قسمت کنید و ۲ تیکه رو بفورید

$$\text{هالا چه کسری فوردین؟؟ } \frac{2}{4}$$



با توجه به این شکل میبینیم که این دو کسر مساوی هستند. این دو کسر ظاهرشون متفاوت اما در واقع یکی هستند.

خب وقتی به کسر به ما میدن ، بطور از اون کسرهایی مساوی بسازیم؟؟
بهترین کار اینه که صورت و مخرج رو همزمان در هر عددی دوست داریم ضرب کنیم
مثلا کسر $\frac{3}{7}$ رو در نظر بگیرید:
صورت و مخرج کسر رو به دلفواه در ۲ ضرب می کنیم:

$$\frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{6}{14}$$

حالا صورت و مخرج در ۳ ضرب می کنیم:

$$\frac{3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{9}{21}$$

صورت و مخرج رو در ۴ ضرب می کنیم:

$$\frac{3 \times 4}{7 \times 4} = \frac{12}{28}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{12}{28}$$

الان هر سه تا کسری که ساخته شدن با $\frac{3}{7}$ برابرن.

از کجا مطمئن شیم که این سه تا کسر با هم برابرند؟

یه راه خوب وجود داره، میتونیم ساره شون کنیم.. به چی میرسیم؟ $\frac{3}{7}$.

پس مطمئن می‌شیم که با هم برابرند.

یه وقتایی هست که دو تا کسر به ما میدن.. بینشون تساوی میذارن اما یا صورت یا مخرج یکی از کسرها رو جای خالی میدن و ما باید عدد مناسب رو پیدا کنیم..

دو حالت وجود داره

حالت اول: دو عددی که روبروی هم هستن، با ضرب یا تقسیم به هم تبدیل میشن.

مثلا

$$\frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

کدوم دو عدد روبروی هم هستن در دو طرف تساوی؟ ۷ و ۲۱

خب ۲۱ بطور به ۷ تبدیل شده؟ (یادتون باشه اینجا فقط از ضرب و تقسیم میتونیم

استفاده کنیم) : ۲۱ تقسیم بر ۳ شده

پس باید ۴۵ رو هم که مخرج ۲۱ هست به ۳ تقسیم کنیم،

$$\frac{21 \div 3}{45 \div 3} = \frac{7}{15}$$

جواب چی میشه؟ ۱۵

$$\frac{21 \div 3}{45 \div 3} = \frac{7}{15}$$

یه مثال دیگه:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15}$$

خب اینجا جدا جدا حساب می‌کنیم

اول

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

بلوی ۲ چه عددی داریم؟ ۶

۲ بطور به ۶ تبدیل شده؟ در ۳ ضرب شده

پس ۳ رو هم در ۳ ضرب می‌کنیم میشه ۹

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

قسمت بعدی باز ۴ از همون کسر اولی استفاده می‌کنیم.. یعنی

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

باز ۴ نگاه می‌کنیم ببینیم روبروی ۳ چه عددی داریم ۱۵

۳ بطور به ۱۵ تبدیل شده؟ در ۵ ضرب شده، ما هم ۲ رو در ۵ ضرب می‌کنیم میشه ۱۰

پس بطور کلی:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15}$$

حالت دوم

وقتی دو عدد روبرو رو با هم مقایسه می‌کنیم، به طوری که همیشه با ضرب یا تقسیم به هم تبدیلشون کرد

مثلا

$$\frac{3}{15} = \frac{25}{\square}$$

چه اعدادی رو بروی هم هستن ۳ و ۲۵

۳ بطور به ۲۵ تبدیل شده؟؟ هیچ طور 😊 😊 😊

خب پس با روش قبلی نمیتونیم مسئله رو حل کنیم... چکار کنیم؟

یه راه بردید ، بطور؟

اعداد دو طرف رو ضربدری به هم وصل می‌کنیم:

$$\frac{3}{15} \times \frac{25}{\square}$$

بعرض میایم اول مربع یا جای خالی رو اول می‌نویسیم، بعرض یه مساوی و یه خط کسری میذاریم:

$$\square = \frac{\quad}{\quad}$$

ضربدری که به مربع وصل بود چی بود؟؟ ۳... پس میایم ۳ رو در مخرج میذاریم:

$$\square = \frac{\quad}{3}$$

حالا دو عددی که با ضربدر بهم وصل بودن رو در صورت میذاریم و بینشون ضرب میذاریم:

$$\square = \frac{25 \times 15}{3}$$

حالا باید ساده کنیم، بطوری؟؟

یه عدد از صورت و یه عدد از مخرج انتخاب کنیم که راحت بوم تقسیم شن، یا به یه عدد بخشپذیر باشن

در اینجا ۱۵ از صورت و ۳ از مخرج انتخاب میشن.. هر دو به پی بخشپذیرن؟؟ ۳ پس ساده می‌کنیم

چرا ۲۵ رو انتخاب نکردیم؟؟ چون ۲۵ بر ۵ بخشپذیره اما مخرج ۳ رو داریم که بر ۵ بخشپذیر نیست.

$$= \frac{25 \times 15}{3}$$

$$= \frac{25 \times 5}{1} = 125$$

الان یه نکته مهم یاد گرفتیم.. چیه؟ در ساده کردن فقط صورت و مخرج رو میتونیم به یه عدد تقسیم کنیم.

یه مثال دیگه

$$\frac{3}{7} = \frac{\quad}{14}$$

این سوال رو میتونیم از روش قبلی حل کنیم.. اما بیاین اینو با همین روش جدید حل کنیم که بیشتر یادش بگیریم:

ضربدری به هم وصل می‌کنیم:

$$\frac{3}{7} = \frac{14}{14}$$

خب اول فقط کسری مساوی با مربع رو می‌نویسیم:

$$\square = \square$$

بعد تو مخرج عددی که ضربدری به مربع وصل شده رو مینویسیم یعنی ۷
توی صورت هم حاصلضرب ۱۴ و ۳:

$$\square = \frac{3 \times 14}{7}$$

حالا ساده می‌کنیم:

مخرج عدد ۷ هست، پس توی صورت یکی از این دو عدد رو انتخاب می‌کنیم که بر ۷
بفشار باشه..

کدوم؟ ۱۴

$$\frac{3 \times 14}{7} = \frac{42}{7} = 6$$

$$\frac{3 \times 2}{1} = 6$$

پس عددی که در مربع قرار میگیره برابر ۶ هست.

ضرب کسرها

ضرب کسرها

کلاس پنجم یاد گرفتیم که برای ضرب دو تا کسر باید اول صورت‌های دو تا کسر رو در هم ضرب کنیم و در صورت بنویسیم، مخرجها رو در هم ضرب کنیم و در مخرج بنویسیم.

مثال:

$$\frac{3}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{3 \times 7}{5 \times 8} = \frac{21}{40}$$

اما ضرب این روش حل مربوط به کلاس پنجمه و ما حالا کلاس ششم هستیم، پس باید یه کم روش ما متفاوت باشه.

ضرب حالا چکار کنیم؟

قدم اول: باید هر پی داریم به کسر تبدیل کنیم، یعنی:

اگه عدد مخلوط داشته باشیم به کسر تبدیل می‌کنیم

اگر عدد کامل بود بهش مخرج ۱ میدیم تا به کسر تبدیل شه، مثلا برای ۳ داریم:

$$3 = \frac{3}{1}$$

قدم دوم: تا جایی که ممکنه، کسرها رو ساده می‌کنیم. چطور؟

یعنی اگه صورت هر کسر با مخرج خود اون کسر یا مخرج کسر بغلی ساده میشه اون رو

ساده کنیم

توجه کنید که :

صورت هر کسر میتونه با مخرج خودش یا مخرج کسر دیگه ساده بشه و
مخرج هر کسر هم میتونه با صورت خودش یا صورت کسر دیگه ساده بشه

ما مجاز نیستیم صورتها رو با هم یا مخرجها رو با هم ساده کنیم
وقتی کسرها رو انقدر ساده کردیم که دیگه ساده نشدن میریم سراغ مرحله آخر
قدم سوم: صورتها رو در هم و مخرجها رو هم ، در هم ضرب می‌کنیم.

مثال:

ضرب زیر رو انجام بدید:

$$\frac{25}{36} \times \frac{28}{45} = \text{---}$$

قدم اول: باید هر چی داریم به کسر تبدیل کنیم

اینجا هر دو به صورت کسری هستن، پس در این مرحله نیازی نیست کاری انجام بدیم.

قدم دوم: تا جایی که ممکنه، کسرها رو ساده می‌کنیم.

صورت کسر اول چه عددیه؟ ۲۵

به چه اعدادی بخشپذیره؟ فقط ۵

مخرج کسر اول چه عددیه؟ ۳۶

به چه اعدادی بخشپذیره؟ ۲ و ۳ و ۶ و ۹

تا اینجا صورت و مخرج کسر اول، به عدد مشترکی بخشپذیر نیستن، پس میریم سراغ

مخرج کسر بعدی یعنی ۴۵

۴۵ بر چه اعدادی بخشپذیره؟ ۵ و ۳ و ۹

پس یه عدد مشترک بین صورت کسر اول و مخرج کسر دوم پیدا کردیم:

۴۵ و ۲۵ هر دو بر ۵ بخشپذیرن... پس ۴۵ رو تقسیم بر ۵ کنیم میشه ۹... ۲۵ رو هم بر ۵ تقسیم کنیم میشه ۵... پس تا اینجا اینو داریم

$$\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\cancel{36}} \times \frac{\cancel{28}}{\underset{9}{\cancel{45}}} =$$

حالا میریم سراغ ۲۱ و ۳۶ که بینیم ساده میشن یا نه

گفتیم ۳۶ بر ۳ و ۶ و ۹ و ۴ بخشپذیره (طبق جدول ضرب)

و ۲۱ هم بر ۷ و ۳ بخشپذیره

پس یه عدد مشترک بینشون پیدا کردیم یعنی ۴

۲۱ تقسیم بر ۴ میشه ۷

۳۶ تقسیم بر ۴ میشه ۹

پس به این صورت مینویسیم

$$\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{9}{\cancel{36}}} \times \frac{\overset{7}{\cancel{28}}}{\underset{9}{\cancel{45}}} =$$

خب دیگه هیچکدوم از اعداد ۷ و ۹ و ۵ بر هم بخشپذیر نیستن... پس میریم مرحله آخر رو اجرا می‌کنیم..

قدم سوم: صورتها رو در هم و مخرجها رو هم، در هم ضرب می‌کنیم.

یه نکته رو توجه کنید: اگه در مرحله قبل صورت و مخرج تا جایی که ممکن بوده با هم ساده شده باشن، وقتی جواب نهایی رو به دست میاریم دیگه مخرجها یا صورتها هیچ وقت با هم ساده نمیشن..

$$\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{9}{\cancel{36}}} \times \frac{\overset{7}{\cancel{28}}}{\underset{9}{\cancel{45}}} = \frac{5 \times 7}{9 \times 9} = \frac{35}{81}$$

یه مثال دیگه:

$$\frac{35}{56} \times \frac{42}{75} = \text{---}$$

قدم اول: باید هر پی داریم به کسر تبدیل کنیم

اینجا هر دو به صورت کسری هستن، پس در این مرحله نیازی نیست کاری انجام بدیم.

قدم دوم: تا جایی که ممکنه، کسرها رو ساده می‌کنیم

از ۳۵ شروع می‌کنیم، ۳۵ بر چه اعدادی بخشپذیره؟ ۷ و ۵

۵۶ بر چه اعدادی؟؟ ۲ و ۲۸ و ۷ و ۸

۴۲ بر چه اعدادی؟؟ ۶ و ۷ و ۲

۷۵ بر چه اعدادی؟؟ ۵ و ۱۵ و ۳

خب حالا تصمیم‌گیری اینجوری راحت تره.. از بین صورتها ۳۵ بر ۵ بخشپذیره.. از بین مخرجها هم ۷۵ بر ۵ بخشپذیره، پس این دو تا رو با هم ساده می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 7 \\ \cancel{35} \times \cancel{42} \\ 56 \quad \cancel{75} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ 15 \end{array}$$

۴۲ هم طبق چیزی که بالا گفتیم بر ۷ بشپزیره و ۵۶ هم بر ۷

$$\begin{array}{r} 7 \\ \cancel{35} \times \cancel{42} \\ \cancel{56} \quad \cancel{75} \\ 8 \end{array} \begin{array}{l} 6 \\ \\ 15 \end{array}$$

حالا باز هم صورت و مخرج ها رو چک می‌کنیم که ببینیم میتونیم ساده کنیم یا نه؟

۷ بر عددی بشپزیره نیست

۶ هم بر ۲ هم بر ۳ بشپزیره

۱۵ هم که در مفرجه بر ۳ بشپزیره

۱ هم که در مفرج قرار داره بر ۲ بشپزیره..

پس هر دو عدد ۱۵ و ۶ بر ۳ بشپزیره هستن

و هر دو عدد ۱ و ۶ هم بر ۲ بشپزیره

$$\begin{array}{r} 7 \\ \cancel{35} \times \cancel{42} \\ \cancel{56} \quad \cancel{75} \\ 8 \end{array} \begin{array}{l} 3 \quad 1 \\ 6 \\ 15 \quad 5 \\ 4 \end{array}$$

خب دیگه بیشتر از این ساده نمیشن، بنابراین میریم سراغ قدم سوم:

قدم سوم: صورتها رو در هم و مفرجهها رو هم، در هم ضرب می‌کنیم.

پس جواب نهایی همیشه حاصلضرب صورتها یعنی 1×7 و حاصلضرب مخرجها یعنی 5×4

$$\text{و در نهایت } \frac{7}{20}$$

یه نکته دیگه هم که باید بوش توجه بشه اینکه هر چند بار که لازمه میتونیم ساده کنیم.

مکوس یک کسر

مکوس یک کسر یعنی کسر جردی که جای صورت و مخرج عوض میشه.

$$\text{یعنی مکوس کسر } \frac{4}{7} \text{ میشه } \frac{7}{4}$$

$$\text{یا مکوس کسر } \frac{7}{5} \text{ میشه } \frac{5}{7}$$

به نظرتون آگه یه کسر رو در مکوشش ضرب کنیم چه اتفاقی می افته؟؟ بیان امتحان کنیم.

$$\text{کسر } \frac{3}{4} \text{ رو در مکوشش یعنی } \frac{4}{3} \text{ ضرب می کنیم.}$$

هم توی صورت و هم توی مخرج 4 داریم پس هر دو به 4 بخشپذیرن

از طرفی توی صورت و مخرج 3 داریم پس هر دو به 3 بخشپذیرن.. و ساده میشن

بنابراین داریم:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{1}{1} = 1$$

پس نتیجه میگیریم ضرب هر کسر در معکوسش میشه ۱

حل تمرین صفحه ۳۰

کسرها

۱- حاصل ضرب زیر را به دست آورید. هر جا امکان دارد پاسخ را ساده کنید.

$$2\frac{3}{5} \times 1\frac{3}{2} =$$

عددهای مخلوط رو به کسر تبدیل می کنیم

بعد ساده می کنیم و

در مرحله آخر صورتها رو در هم ضرب می کنیم و مخرجها رو در هم

ضرب بیاین اول به کسر تبدیل کنیم

$$2\frac{3}{5} = \frac{(2 \times 5) + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$1\frac{3}{2} = \frac{(1 \times 2) + 3}{2} = \frac{5}{2}$$

خب حالا بیاین ضرب کنیم.

$$\frac{13}{5} \times \frac{5}{2} =$$

گفتیم صورتها فقط با مخرجها ساده میشن
 پس ۱۳ با هیچ کدوم از مخرجها ساده نمیشه
 ۵ صورت هم با ۵ مخرج ساده میشه و میشه ۱
 فب یعنی داریم

$$\frac{13}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}^1}{2}$$

بیشتر از این ساده نمیشه پس صورتها در هم ضرب میشن مخرجها در هم

$$\frac{13 \times 1}{1 \times 2} = \frac{13}{2}$$

ادامه تمرینها رو می تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانالهای @RiaziBaHam و @RiaziBaHam6

برای دریافت جزوات سایر پایه ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" بپیوندید.